TEST 测评卷

班级:______ 姓名:______ 得分:______

单元素养测评卷（一）

第六章

（时间:120 分钟　分值:150 分）

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知点 $A(-1,2)$和向量 $\boldsymbol{a}=(1,3)$,且 $\overrightarrow{AB}=2\boldsymbol{a}$,则点 B 的坐标为　(　　)

A. $(1,8)$　　B. $(0,5)$

C. $(-3,-4)$　　D. $(3,4)$

2. 等边三角形 ABC 的边长为 1,$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$,则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$　(　　)

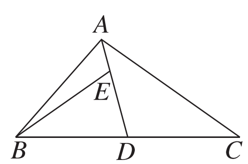
A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 设$\{\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2\}$是平面内的一个基底,则下面四组向量不能构成平面内的一个基底的是　(　　)

A. $2\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$ 和 $\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$　　B. $3\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$ 和 $2\boldsymbol{e}_2-6\boldsymbol{e}_1$

C. $\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2$ 和 $\boldsymbol{e}_2+3\boldsymbol{e}_1$　　D. $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$

4. 如图所示,在$\triangle ABC$ 中,点 D 是边 BC 的中点,E 是线段 AD 上靠近点 A 的三等分点,则 $\overrightarrow{BE}=$　(　　)



A. $\frac{5}{3}\overrightarrow{BA}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$

C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

5. ［2024·浙南联盟高一期中］在$\triangle ABC$ 中,内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,且 $a=x$,$b=2$,$B=60°$,若$\triangle ABC$ 有两解,则 x 的取值范围是　(　　)

A. $2<x<2\sqrt{3}$　　B. $2<x<\frac{4\sqrt{3}}{3}$

C. $\sqrt{3}<x<2$　　D. $2<x<\frac{5\sqrt{3}}{3}$

6. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,-\sqrt{3})$,$|\boldsymbol{b}|=1$,且$(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\cdot(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=3$,则 $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 上的投影向量的坐标是　(　　)

A. $\left(\frac{3}{2},-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$　　B. $\left(\frac{1}{2},-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

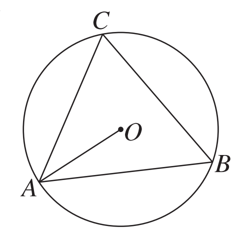
C. $\left(-\frac{1}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$　　D. $\left(\frac{3}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

7. 已知$\triangle ABC$ 的三边 a,b,c 满足 $a^3+b^3=c^3$,则此三角形是　(　　)

A. 钝角三角形　　B. 锐角三角形

C. 直角三角形　　D. 等腰直角三角形

8. 如图,O 是锐角三角形 ABC 外接圆的圆心,内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,且 $A=\frac{\pi}{3}$,若 $\frac{\cos B}{\sin C}\overrightarrow{AB}+\frac{\cos C}{\sin B}\overrightarrow{AC}=2m\overrightarrow{AO}$,则 $m=$　(　　)



A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 1

二、选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. 下列说法中正确的有　(　　)

A. 若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}$,则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{c}$

B. 方向相反的两个非零向量一定共线

C. 若 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 满足$|\boldsymbol{a}|>|\boldsymbol{b}|$且 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同向,则 $\boldsymbol{a}>\boldsymbol{b}$

D. “A,B,C,D 是不共线的四个点,且 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$”是“四边形 $ABCD$ 是平行四边形”的充要条件

10. 在$\triangle ABC$ 中,a,b,c 分别为内角 A,B,C 的对边,则下列说法正确的是　(　　)

A. 若$\frac{a}{\cos B}=\frac{b}{\cos A}$,则$\triangle ABC$ 为等腰三角形

B. 若 $A>B$,则 $\sin A>\sin B$

C. 若 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}<0$,则$\triangle ABC$ 为钝角三角形

D. 若 $A+B<C$,则 $\sin^2A+\sin^2B<1$

11. ［2024·山东省实验中学高一月考］$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,若 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2$,$a=2$,则　(　　)

A. $bc\cos A=2$

B. $b^2+c^2=8$

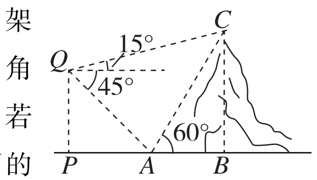
C. 角 A 的最大值为$\frac{\pi}{3}$

D. $\triangle ABC$ 面积的最小值为$\sqrt{3}$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. ［2024·菏泽一中高一月考］已知向量 $\boldsymbol{a}=(-1,2)$,$\boldsymbol{b}=(1,t)$,若$(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{a}$,则实数 t 的值为________.

13. 如图,某山的高度 $BC=300$ m,一架无人机在 Q 处观测到山顶 C 的仰角为 15°,地面上 A 处的俯角为 45°,若$\angle BAC=60°$,则此无人机距离地面的高度 PQ 为________m.



14. ［2024·长郡中学高一月考］在$\triangle ABC$ 中,$AB=4$,$AC=3$,$\angle BAC=90°$,D 在边 BC 上(不包括端点),延长 AD 到 P,使得 $AP=9$,若 $\overrightarrow{PA}=m\overrightarrow{PB}+\left(\frac{3}{2}-m\right)\overrightarrow{PC}$($m$ 为常数),则 CD 的长度为________.

四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)已知向量 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$,$\boldsymbol{b}=4\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2$,其中 $\boldsymbol{e}_1=(1,0)$,$\boldsymbol{e}_2=(0,1)$.

(1)求 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 及$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$;

(2)求向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 夹角的余弦值.

16. (15分)已知a,b,c分别为$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边，$a=b\cos C+c\sin B$.

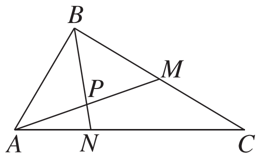
(1)求B;

(2)若$b=\sqrt{5}$,$c=\sqrt{2}$,求$\triangle ABC$的面积.

17. (15分)如图，在$\triangle ABC$中，已知$AB=2$,$AC=4$,$\angle BAC=60°$,M是BC的中点，N是AC上的点，且$\overrightarrow{AN}=x\overrightarrow{AC}$,$AM$,$BN$相交于点$P$.设$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$.

(1)若$x=\frac{1}{3}$,试用向量$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$表示$\overrightarrow{AM}$,$\overrightarrow{PN}$;

(2)若$AM\perp PN$,求实数x的值.



18. (17分)在$\triangle ABC$中，内角A,B,C所对的边分别为a,b,c,且$4a\sin A=b\sin C\cos A+c\sin A\cos B$.

(1)求$\frac{\sin A}{\sin C}$的值.

(2)设D是AC边上的点，且BD在$\angle ABC$的平分线上.

(i)证明：$BD^2=BA\cdot BC-DA\cdot DC$;

(ii)若$a=1$,求$BD\cdot AC$的最大值.

19. (17分)[2024·丽水五校高一期中]设平面内两个非零向量$\boldsymbol{m}$,$\boldsymbol{n}$的夹角为θ,定义一种运算"$\otimes$":$\boldsymbol{m}\otimes\boldsymbol{n}=|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|\sin\theta$.试求解下列问题：

(1)已知向量$\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$满足$\boldsymbol{a}=(2,1)$,$|\boldsymbol{b}|=2$,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=4$,求$\boldsymbol{a}\otimes\boldsymbol{b}$的值；

(2)在平面直角坐标系中，已知点$A(2,1)$,$B(-1,2)$,$C(0,4)$,求$\overrightarrow{AB}\otimes\overrightarrow{BC}$的值；

(3)已知向量$\boldsymbol{i}=\left(\frac{1}{\cos\alpha},\frac{2}{\sin\alpha}\right)$,$\boldsymbol{j}=\left(\frac{2}{\sin\alpha},-\frac{1}{\cos\alpha}\right)$,$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,求$\boldsymbol{i}\otimes\boldsymbol{j}$的最小值.